LUCIDO 40 esercizio n° 1

Se A è un insieme di 4 elementi e B è un insieme di 6 elementi, quanti sono gli insiemi composti da 5 elementi, 2 presi da A e 3 presi da B

$$\overbrace{(\_\_\ \ \_\_)}^{\text{Presi da A}}\overbrace{(\_\_\ \ \_\_\ \ \_\_)}^{\text{Presi da B}}$$

posti da scegliere

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} =$$

tutti i posti

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\cdot2\cdot1} = 6$$

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1(3\cdot2\cdot1)} = 20$$

Risposta: $6 \cdot 20 = 120$

Quanti sono i PIN di 4 cifre che non cominciano con 0 e senza ripetizioni? una cifra del PIN può essere così: $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$\underline{9} \cdot \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7}$ → ci possono stare tutti i numeri − 3

↳ ci possono stare tutti i numeri − 2

↳ ci possono stare tutti i numeri − 1

↳ ci possono stare tutti i numeri tranne lo 0

totale casi possibili $= 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

All'appello di strutture discrete si presentano 40 studenti tutti provenienti dalle provincie di CT, ME, RG e SR

Dimostrare che se il numero degli studenti delle provincie di CT è <10, allora ci sono almeno 11 studenti tutti provenienti da una delle altre 3 provincie

Se il numero degli studenti provenienti è inferiore a 10 ci sono almeno 31 studenti $(40-9)$ rimanenti provenienti dalle altre 3 province

Per il pigeonhole principle almeno 11 studenti che provengono tutti da una delle 3 province $\neq$ "CT"

tale principio afferma che se abbiamo $n = k \cdot m + 1$ oggetti da sistemare in m contenitori, allora almeno un contenitore dovrà contenere $k+1$ oggetti

$k+1$ oggetti $\quad n = 31 \quad m = 3$

$31 = k \cdot 3 + 1$

$30 = 3k$

$\underbrace{k = 10}$

$10+1$ studenti in una provincie

4) Dato l'insieme $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ quanti sono i sottoinsiemi di 5 elementi che contengono un numero pari

Esiste un unico sottoinsieme di 5 elementi formato solo da dispari $\{1,3,5,7,9\}$

I casi totali possibili sono:

$$\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!\,(10-5)!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot \cancel{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}{(5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1)\cancel{(5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1)}} = 252$$

Quindi i casi favorevoli sono: $252 - 1 = 251$

Dati $\{x, y, z\}$ 3 variabili i monomi di grado 2 sono:

$xy \quad yz \quad y^2$

$xz \quad x^2 \quad z^2$

oltre che scriverli tutti manualmente possiamo usare queste formule:

$$C^r_{n,k} = \binom{n+k-1}{k}$$ con $n > k$ sempre

$$C^r_{3,2} = \binom{4}{2} = \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{(2\cdot 1)(2\cdot 1)} = 6$$

Quanti sono i monomi di grado $\underbrace{4}_{n}$ di un insieme di $\underbrace{5}_{K}$ variabili

$$C^{r}_{5,4} = \binom{5+4+1}{4} = \binom{8}{4} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot\cancel{4!}}{4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot\cancel{4!}} = 70$$

Quanti sono gli anagrammi della parola matematica?

M A T E M A T I C A → 10 caratteri con:

- A che si ripete 3 volte
- T che si ripete 2 volte
- M che si ripete 2 volte

$\overbrace{}$ → numero ripetizione delle variabili

$$P_{n}^{n_1,n_2,n_k} = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\,n_k!}$$

$$P^{2,3,2} = \frac{10!}{2!\,3!\,2!} = \frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\,(3\cdot2\cdot1)\,(2\cdot1)}$$

Quanti sono i PIN di 5 cifre?

$n = 10 \qquad K = 5$

$$D^{r}_{10,5} = 10^5$$

Disposizioni semplici (senza ripetizioni)

$$D_{n,K} = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot n(n-K+1) = \frac{n!}{(n-K)!}$$

Quante squadre di calcio diverse si possono formare da un gruppo di 50 studenti (supponendo che l'ordine diverso da origine a una squadra diversa)

$$D_{50,11} = 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot \ldots \cdot 40$$

ugu

$$\| $$

$$\frac{50!}{39!} = \frac{50 \cdot 49 \cdot \ldots \cdot 1}{39 \cdot 38 \cdot \ldots \cdot 1} = 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot \ldots \cdot 40$$

Conta l'ordine solo nelle disposizioni e nelle permutazioni